

## MATH 223, printemps 2005

En principe, on va formuler les résultats sur un corps quelconque (de caractéristique distincte de 2), mais en pratique on va travailler sur les nombres réels ou complexes.

### (1 - 2) Algèbre linéaire (rappel)

Espaces et applications linéaires, sous-espaces, sommes, bases, dimension. Représentation matricielle, rang, théorème du rang, changement de base. Vecteurs propres, valeurs propres, matrices diagonalisables (et non-diagonalisables). Dual, base duale.

### (3) Applications multilinéaires

Définition, exemples (déterminant, produit scalaire, produit vectoriel). Formes bilinéaires, notamment symétriques et antisymétriques. Représentation matricielle, changement de base.

### (4 - 6) Formes quadratiques

Formes quadratiques, forme bilinéaire polaire, rang, noyau, formes quadratiques non-dégénérées. Diagonalisation algorithmique (décomposition en carrés). Vecteurs isotropes, orthogonal, biorthogonal. Diagonalisation “abstraite” (= existence d’une base orthogonale). Théorème d’inertie de Sylvester, signature.

### (7 - 9) Espaces euclidiens

Espaces euclidiens, norme, inégalité de Cauchy-Schwarz, supplémentaire orthogonal, bases orthonormées, orthonormalisation (Gram-Schmidt). Projections et symétries orthogonales, isométries, matrices orthogonales (notamment en dimension 2). Adjoint.

### (10) Diagonalisation des matrices réelles symétriques

### (11) Espaces unitaires

Formes hermitiennes, matrices hermitiennes, diagonalisation algorithmique. Le cas défini positif: bases orthonormées, isométries, matrices unitaires.

### (12) Exemples de groupes finis de provenance géométrique

Groupe symétrique, groupe cyclique, groupe diédral, groupe des isométries du cube et du tétraèdre.