

Exercice 1. Résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $2y' + 3y = 0$

2. $y' + (x + 1)y = 0$

3. $y'e^{-x^2} - 2xy = 0$

4. $(x^2 + 1)y' - (x^4 + 2x^2)y = y$

Exercice 2. (Examen, septembre 2006)

1. Calculer la dérivée de $\phi(x) = -\frac{1}{2} \ln(1 + x^2)$.

2. Trouver les solutions de l'équation différentielle $(x^2 + 1)y' + xy = 0$.

3. Trouver les solutions de l'équation différentielle $(x^2 + 1)y' + xy = x$.

Exercice 3. (Examen, juin 2006)

1. Trouver les solutions de l'équation différentielle $(x^4 - 1)y' + 4x^3y = 0$ sur l'intervalle $] -1, 1[$.

2. Trouver les solutions de l'équation différentielle $(x^4 - 1)y' + 4x^3y = x$ sur l'intervalle $] -1, 1[$.

Exercice 4. (Examen, septembre 2005)

1. Trouver le domaine de définition et calculer la dérivée de la fonction $x \mapsto \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$.

2. Trouver une fonction non nulle z définie sur l'intervalle $] -1, 1[$ solution de l'équation différentielle $(1 - x^2)z' = 2z$.

3. Trouver les solutions de l'équation différentielle $(1 - x^2)y' - 2y = \frac{(1+x)^2}{1+x^2}$.

4. Pour quelle valeur de la constante la solution trouvée est-elle prolongeable en 1 ?

Exercice 5. Résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y'' + 5y' + 4y = 0$

2. $y'' + 4y' - 2y = 0$

3. $y'' + 4y' + 4y = 0$

4. $4y'' + 4y' + 5y = 0$

Exercice 6. Résoudre les équations différentielles suivantes.

1. $y'' + y' + y = x^2$

2. $y'' - 4y' + 4y = (1 + x)e^{3x}$

3. $y'' + 4y = \sin(2x)$

4. $y'' + 2y' + y = xe^x \cos(x)$

Exercice 7. (Examen, juin 2005)

On cherche à résoudre l'équation différentielle

$$2x^4y'' + (3x^2 + 4x^3)y' + y = 0 \quad (\text{E})$$

sur l'intervalle $]0, +\infty[$.

1. Montrer que si y est une solution de (E), alors la fonction z donnée par $z(x) = y(\frac{1}{x})$ est solution de l'équation $2z'' - 3z' + z = 0$.
2. En déduire la solution générale de (E).