

**Exercice 1.** Résoudre les équations différentielles suivantes.

1.  $2y' + 3y = 0$

2.  $y' + (x + 1)y = 0$

3.  $y'e^{-x^2} - 2xy = 0$

4.  $(x^2 + 1)y' - (x^4 + 2x^2)y = y$

**Exercice 2.** (Examen, septembre 2006)

1. Calculer la dérivée de  $\phi(x) = -\frac{1}{2} \ln(1 + x^2)$ .

2. Trouver les solutions de l'équation différentielle  $(x^2 + 1)y' + xy = 0$ .

3. Trouver les solutions de l'équation différentielle  $(x^2 + 1)y' + xy = x$ .

**Exercice 3.** (Examen, juin 2006)

1. Trouver les solutions de l'équation différentielle  $(x^4 - 1)y' + 4x^3y = 0$  sur l'intervalle  $] -1, 1[$ .

2. Trouver les solutions de l'équation différentielle  $(x^4 - 1)y' + 4x^3y = x$  sur l'intervalle  $] -1, 1[$ .

**Exercice 4.** (Examen, septembre 2005)

1. Trouver le domaine de définition et calculer la dérivée de la fonction  $x \mapsto \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ .

2. Trouver une fonction non nulle  $z$  définie sur l'intervalle  $] -1, 1[$  solution de l'équation différentielle  $(1 - x^2)z' = 2z$ .

3. Trouver les solutions de l'équation différentielle  $(1 - x^2)y' - 2y = \frac{(1+x)^2}{1+x^2}$ .

4. Pour quelle valeur de la constante la solution trouvée est-elle prolongeable en 1 ?

**Exercice 5.** Résoudre les équations différentielles suivantes.

1.  $y'' + 5y' + 4y = 0$

2.  $y'' + 4y' - 2y = 0$

3.  $y'' + 4y' + 4y = 0$

4.  $4y'' + 4y' + 5y = 0$

**Exercice 6.** Résoudre les équations différentielles suivantes.

1.  $y'' + y' + y = x^2$

2.  $y'' - 4y' + 4y = (1 + x)e^{3x}$

3.  $y'' + 4y = \sin(2x)$

4.  $y'' + 2y' + y = xe^x \cos(x)$

**Exercice 7.** (Examen, juin 2005)

On cherche à résoudre l'équation différentielle

$$2x^4y'' + (3x^2 + 4x^3)y' + y = 0 \quad (\text{E})$$

sur l'intervalle  $]0, +\infty[$ .

1. Montrer que si  $y$  est une solution de (E), alors la fonction  $z$  donnée par  $z(x) = y(\frac{1}{x})$  est solution de l'équation  $2z'' - 3z' + z = 0$ .
2. En déduire la solution générale de (E).