

Exercice 1. Calculer les développements limités des fonctions suivantes à l'ordre et au point indiqués.

$$f_1: x \mapsto \cos(x) \quad \text{à l'ordre 7 en } \frac{\pi}{2}$$

$$f_2: x \mapsto \frac{\sin x}{x} \quad \text{à l'ordre 4 en } 0$$

$$f_3: x \mapsto \frac{1 - \cos(x)}{1 - x \sin(x)} \quad \text{à l'ordre 5 en } 0$$

$$f_4: x \mapsto (1 - \cos(x)) \ln(\cos(x)) \quad \text{à l'ordre 7 en } 0$$

Exercice 2. Calculer les deux limites suivantes.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{\sin(x) \ln(1+x)}$$
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - x + 1} - \sqrt[3]{x^3 - x^2 + 1}$$

Exercice 3. On considère la courbe d'équation $y = x \sin(x) - 2 + 2 \cos(x)$. Donner une équation de sa tangente au point d'abscisse 0 et étudier leur position relative au voisinage de ce point.