

Feuille 3 : développements limités

Exercice 1. Questions de cours.

Donner un développement limité en 0 des expressions suivantes à l'ordre indiqué.

- | | |
|-----------------------------|---------------------------------|
| 1. $\sin(x)$ à l'ordre 7 | 2. $\cos(x)$ à l'ordre 7 |
| 3. e^x à l'ordre 7 | 4. $\ln(1+x)$ à l'ordre 7 |
| 5. $(1+x)^{-1}$ à l'ordre 7 | 6. $(1+x)^{3/2}$ à l'ordre 5 |
| 7. $\sqrt{x+1}$ à l'ordre 5 | 8. $1+x^2-3x^3+x^4$ à l'ordre 3 |
| 9. x^{42} à l'ordre 7 | 10. 0 à l'ordre 7 |

Exercice 2. Développements ailleurs qu'en 0.

Donner un développement limité à l'ordre 3 en x_0 des expressions suivantes.

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1. $\sin(x)$ en $x_0 = \pi/2$ | 2. $\cos(x)$ en $x_0 = \pi/4$ |
| 3. e^x en $x_0 = -1$ | 4. $\ln(x)$ en $x_0 = 1$ |
| 5. x^2 en $x_0 = 2$ | 6. $x^3 - x$ en $x_0 = 1$ |

Exercice 3. Combinaisons linéaires.

Donner un développement limité à l'ordre 5 en 0 des expressions suivantes.

- | | | |
|-------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 1. $\sin(x) - x$ | 2. $\cos(x) - e^x$ | 3. $\cos(x) + \sin(x)$ |
| 4. $\frac{1}{1-x} - \ln(1-x)$ | 5. $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$ | 6. $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$ |

Exercice 4. Multiplication et division par x .

Donner un développement limité à l'ordre 7 en 0 des expressions suivantes.

- | | | |
|----------------|---------------------|----------------|
| 1. $x \cos(x)$ | 2. $x^{-1} \sin(x)$ | 3. $x^5/(1-x)$ |
|----------------|---------------------|----------------|

Exercice 5. Multiplications en général.

Donner un développement limité en 0 des expressions suivantes à l'ordre indiqué.

- | | |
|-----------------------------------|---------------------------------------|
| 1. $e^x \ln(1+x)$ à l'ordre 4 | 2. $\cos(x)/(x+1)$ à l'ordre 4 |
| 3. $\sin(x)(1+x)^5/2$ à l'ordre 3 | 4. $(\cos(x)-1)(x^2+x^3)$ à l'ordre 7 |
| 5. $\tan(x)^7$ à l'ordre 7 | 6. $(\ln(1-x))^3(e^x-1)$ à l'ordre 7 |

Exercice 6. Composition.

Donner un développement limité en 0 des expressions suivantes à l'ordre indiqué.

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------|
| 1. e^{2x} à l'ordre 4 | 2. $\ln(1+x+2x^2)$ à l'ordre 4 |
| 3. $\sqrt{1+\sin(x)}$ à l'ordre 4 | 4. $\ln(\cos(x))$ à l'ordre 4 |

Exercice 7. Division.

Donner un développement limité en 0 des expressions suivantes à l'ordre indiqué.

1. $\frac{1}{1+x+x^2}$ à l'ordre 4
2. $\frac{x}{\sin(x)}$ à l'ordre 4
3. $\tan(x)$ à l'ordre 5
4. $\frac{e^x}{\cos(x)}$ à l'ordre 3

Exercice 8. Intégration.

Donner un développement limité à l'ordre 3 de arcsin et arctan en 0.

Exercice 9. La totale.

Donner un développement limité en 0 des expressions suivantes à l'ordre indiqué.

1. $e^{\sin(x)\ln(\cos(x))}$ à l'ordre 5
2. $\frac{\sin(x)}{\sqrt{1+x}}$ à l'ordre 3
3. $\ln(\sqrt{1+2x} + \sqrt{1-2x})$ à l'ordre 4
4. $\frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ à l'ordre 3